

**Учреждение профессионального образования  
«Колледж Казанского инновационного университета»  
Альметьевский филиал**

УТВЕРЖДЕН  
в составе Основной образовательной программы –  
программы подготовки специалистов среднего звена  
протокол № 6 от «28» августа 2024 г.

**Фонд оценочных средств по дисциплине  
ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**  
программы подготовки специалистов среднего звена

по специальности  
**09.02.07 Информационные системы и программирование**  
(на базе основного общего образования)

Срок получения СПО по ППССЗ – 3 года 10 месяцев

Форма обучения – очная

Присваивается квалификация  
**программист**

Альметьевск 2024

## Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики.

ФОС включает оценочные материалы для проведения текущего и итогового контроля.

ФОС разработан на основании:

- ООП программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование;
- рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики.

### 1. Паспорт фонда оценочных средств

Результаты обучения	Критерии оценки
<i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>– Основы линейной алгебры и аналитической геометрии;</li><li>– Основы дифференциального и интегрального исчисления;</li><li>– Знание основных понятий о дифференциальных уравнениях, теории вероятности и математической статистики;</li><li>– Знание основных численных методов решения прикладных задач.</li></ul>	«Отлично» – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.  «Хорошо» – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
<i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>– Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li><li>– Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li><li>– Применять методы дифференциального и интегрального</li></ul>	«Удовлетворительно» – теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном

<p>исчисления;</p> <p>– Решать дифференциальные уравнения;</p> <p>– Решать простейшие задачи, используя элементы теории вероятности и математической статистики;</p> <p>– Пользоваться понятиями теории численных методов.</p>	<p>сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## **2. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений в соответствии с компетенциями**

Основной целью оценки освоения дисциплины является оценка умений и знаний в соответствии с формированием и развитием общих компетенций: ОК 01, ОК 02, ОК 03.

Оценка освоения умений и знаний осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля: устный опрос, проверочная работа и тестирование.

Содержание учебного материала по программе УД	Формы и методы контроля		
	ОК 1	ОК 2	ОК 3
<b>Раздел 1. Линейная алгебра</b>			
Тема 1.1. Матрицы и определители	УО; ПР №1	УО; ПР №1	УО; ПР №1
Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений	УО; ПР №2	УО; ПР №2	УО; ПР №2
<b>Раздел 2. Аналитическая геометрия</b>			
Тема 2.1. Векторная алгебра	УО; ПР №3	УО; ПР №3	УО; ПР №3
Тема 2.2. Прямая на плоскости	УО; ПР №3	УО; ПР №3	УО; ПР №3
Тема 2.3 Кривые второго порядка	УО; ПР №3	УО; ПР №3	УО; ПР №3
<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление</b>			
Тема 3.1. Предел и непрерывность функции	УО; ПР №4	УО; ПР №4	УО; ПР №4
Тема 3.2. Производная и дифференциал функции	УО; ПР №5	УО; ПР №5	УО; ПР №5
Тема 3.3. Исследование функции и построение графика	УО; ПР №6	УО; ПР №6	УО; ПР №6

<b>Раздел 4. Интегральное исчисление</b>			
Тема 4.1. Неопределенный интеграл	УО; ПР №7	УО; ПР №7	УО; ПР №7
Тема 4.2. Определенный интеграл	УО; ПР №8	УО; ПР №8	УО; ПР №8
<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения</b>			
Тема 5.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения	УО; Т №1	УО; Т №1	УО; Т №1
<b>Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика</b>			
Тема 6.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	УО; Т №2	УО; Т №2	УО; Т №2
Тема 6.2. Элементы математической статистики	УО; Т №2	УО; Т №2	УО; Т №2
<b>Раздел 7. Численные методы</b>			
Тема 7.1. Погрешность результата численного решения задач	УО; ПР №9	УО; ПР №9	УО; ПР №9
Тема 7.2. Интерполирование	УО; ПР №9	УО; ПР №9	УО; ПР №9
Тема 7.3. Численное дифференцирование и интегрирование. Численное решение дифференциальных уравнений	УО; ПР №10	УО; ПР №10	УО; ПР №10

Сокращения: УО – устный опрос;

ПР – проверочная работа;

Т – тест.

### 3. Задания для оценки освоения дисциплины

#### Раздел 1. Линейная алгебра

##### Тема 1.1. Матрицы и определители

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение матрицы.
2. Перечислите виды матриц, охарактеризуйте каждый вид.
3. Какие операции можно выполнять над матрицами.
4. Для каких двух матриц определяется сумма.
5. Для каких двух матриц определяется произведение.
6. Как перемножаются две матрицы.
7. Что такое транспонирование матрицы.
8. Дать определение определителя.
9. Дать определение определителя первого порядка.
10. Дать определение определителя второго порядка.
11. Дать определение определителя третьего порядка.
12. Дать определение минора.
13. Дать определение алгебраического дополнения.
14. Какая матрица называется обратной для данной матрицы.
15. Для каких матриц существуют обратные матрицы.
16. Сколько обратных матриц может иметь матрица.
17. Какова схема нахождения обратной матрицы.

**Критерии оценки:**

Оценка **«отлично»** ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка **«хорошо»** ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов

преподавателя;

– испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

– у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №1.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

### Проверочная работа №1

**Инструкция:** решить задания.

#### Вариант 1

1. Вычислить:  $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ .

2. Найти обратную матрицу для матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислить определитель четвертого порядка:  $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ .

#### Вариант 2

1. Вычислить:  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

2. Найти обратную матрицу для матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислить определитель четвертого порядка:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 1 & -3 \\ 3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ .

### Вариант 3

1. Вычислить:  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ .

2. Найти обратную матрицу для матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислить определитель четвертого порядка:  $\begin{vmatrix} -3 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & 1 \\ 4 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ .

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	$\begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 16 & 48 & 12 \\ -1 & -33 & -7 \\ 11 & 27 & 7 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
3	-55	50	755

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно решил все задания в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно решил 2 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно решил 1 задание в отведенное время.

**Время выполнения:** 30 мин.

## **Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений**

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение системы линейных алгебраических уравнений.
2. Что называется решение системы линейных алгебраических уравнений.
3. Что означают понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
4. Что означает «решить систему линейных уравнений».
5. Какой вид имеют формулы Крамера.
6. В каком случае применимы формулы Крамера.
7. Какие действия называются элементарными преобразованиями матрицы.
8. В чем состоит суть прямого хода Гаусса.
9. В чем состоит суть обратного хода Гаусса.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №2.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

## **Проверочная работа №2**

**Инструкция:** решить задания.

### **Вариант 1**

1. Решите системы двух уравнений с двумя неизвестными и определите тип системы уравнений: 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases} .$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений по правилу

Крамера: 
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 3x + y - z = 3 \\ 2x + 5y + 2z = 9 \end{cases} .$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом

Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + 2y - z = 4 \end{cases} .$$

### **Вариант 2**

1. Решите системы двух уравнений с двумя неизвестными и определите тип системы уравнений: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 6x - 9y = 12 \end{cases} .$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений по правилу

Крамера: 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = 0 \\ 2x - y = -1 \end{cases} .$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом

Гаусса: 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y + z = 8 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases} .$$

### **Вариант 3**

1. Решите системы двух уравнений с двумя неизвестными и определите тип системы уравнений: 
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = -10 \end{cases} .$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений по правилу

$$\text{Крамера: } \begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ x + y + 3z = 5 \\ 3x - 4y + z = 0 \end{cases} .$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом

$$\text{Гаусса: } \begin{cases} 2x + 3y - 5z = -4 \\ x - y + 2z = 5 \\ 4x + 5y - z = 2 \end{cases} .$$

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	(3;2) - система совместная и определенная, так как имеет единственное решение	система несовместная, так как не имеет решений	система совместная и неопределенная, так как имеет более одного решения
2	(1;1;1)	(-2; -3; -3)	(1;1;1)
3	(1;2;3)	(1;2;3)	(2; -1;1)

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно решил все задания в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно решил 2 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно решил 1 задание в отведенное время.

**Время выполнения: 30 мин.**

## Раздел 2. Аналитическая геометрия

### Тема 2.1. Векторная алгебра

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение вектора.
2. Записать формулу вычисления координаты вектора  $\overline{AB}$ .
3. Что называется длиной вектора.
4. Какой вектор называется нулевым.
5. Какой вектор называется единичным.
6. Какие векторы называются коллинеарными.
7. Какие векторы называются сонаправленными.
8. Какие векторы называются противоположно направленными.
9. Какие векторы называются равными.
10. Какие векторы называются компланарными.
11. Какие операции можно выполнять над векторами.
12. Что называется скалярным произведением двух векторов.

**Критерии оценки:**

Оценка «**отлично**» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «**хорошо**» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «**удовлетворительно**» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «**неудовлетворительно**» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

## Тема 2.2. Прямая на плоскости

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Написать общее уравнение прямой.
2. Написать уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
3. Написать уравнение прямой в отрезках.
4. Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Написать нормальное уравнение прямой.
6. Написать уравнение с данным направляющим вектором и точкой, принадлежащей прямой.
7. Условие параллельности двух прямых.
8. Условие перпендикулярности двух прямых.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

### Тема 2.3. Кривые второго порядка

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Записать общее уравнения кривой 2-го порядка.
2. Написать уравнение окружности.
3. Написать каноническое уравнение эллипса.
4. Написать каноническое уравнение параболы.
5. Написать каноническое уравнение гиперболы.
6. Перечислите элементы эллипса.
7. Перечислите элементы параболы.
8. Перечислите элементы гиперболы.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

– студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;

- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

– у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №3.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

#### Проверочная работа №3

**Инструкция:** решить задания.

**Инструкция:** решить задания.

### Вариант 1

1. Даны векторы  $\vec{a}(0;5;1), \vec{b}(3;2;-1), \vec{c}(4;1;0)$ . Найти:

а)  $-\vec{a}$ ;

б)  $\vec{c}^2$ ;

в)  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ;

г)  $2\vec{a} + 3\vec{c}$ .

2. Зная координаты точек  $A(-3;3;1)$  и  $B(5;-7;3)$ . Найти длину вектора  $|\vec{AB}|$ .

3. Вычислите скалярное произведение векторов, если их длины равны  $|\vec{a}| = 8$  и  $|\vec{c}| = 10$ , а угол между ними равен  $45^\circ$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-4;-2)$  и  $B(2;-6)$ .

5. Привести уравнение  $25x^2 + 16y^2 + 50x - 32y - 359 = 0$  к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее.

### Вариант 2

1. Даны векторы  $\vec{a}(1;0;1), \vec{b}(0;-2;1), \vec{c}(1;3;0)$ . Найти:

а)  $-\vec{a}$ ;

б)  $\vec{c}^2$ ;

в)  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ;

г)  $2\vec{a} + 3\vec{c}$ .

2. Зная координаты точек  $A(4;4;1)$  и  $B(-8;-6;3)$ . Найти длину вектора  $|\vec{AB}|$ .

3. Вычислите скалярное произведение векторов, если их длины равны  $|\vec{a}| = 7$  и  $|\vec{c}| = 4$ , а угол между ними равен  $60^\circ$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(6;3)$  и  $B(-2;7)$ .

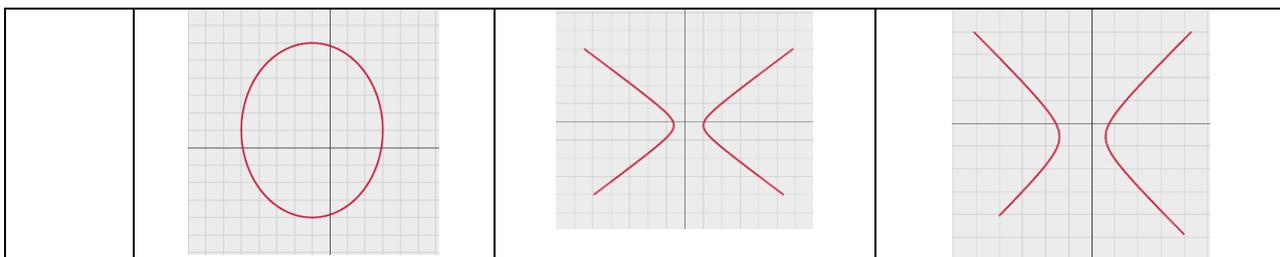
5. Привести уравнение  $9x^2 - 16y^2 - 18x - 32y - 151 = 0$  к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее.

### Вариант 3

1. Даны векторы  $\vec{a}(2;1;0)$ ,  $\vec{b}(1;-1;0)$ ,  $\vec{c}(-3;2;5)$ . Найти:
  - а)  $-\vec{a}$ ;
  - б)  $\vec{c}^2$ ;
  - в)  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ;
  - г)  $2\vec{a} + 3\vec{c}$ .
2. Зная координаты точек  $A(-4;3;8)$  и  $B(-7;3;-1)$ . Найти длину вектора  $|\overrightarrow{AB}|$ .
3. Вычислите скалярное произведение векторов, если их длины равны  $|\vec{a}| = 3$  и  $|\vec{c}| = 8$ , а угол между ними равен  $30^\circ$ .
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2;-4)$  и  $B(3;4)$ .
5. Привести уравнение  $x^2 - y^2 + 4x - 6y - 30 = 0$  к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее.

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	а) (0;-5;-1) б) (16;1;0) в) (-6;1;3) г) (12;13;2)	а) (-1;0;-1) б) (1;9;0) в) (1;4;-1) г) (5;9;2)	а) (-2;-1;0) б) (9;4;25) в) (0;3;0) г) (-5;8;15)
2	$\sqrt{168}$	$\sqrt{248}$	$\sqrt{90}$
3	$40\sqrt{2}$	14	$12\sqrt{3}$
4	$y = -\frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$	$y = \frac{1}{2}x + 6$	$y = 8x - 20$
5	$\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ эллипс	$\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$ гипербола	$\frac{(x+2)^2}{25} - \frac{(y+3)^2}{25} = 1$ гипербола



**Критерии оценки:**

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5 заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения: 40 мин.**

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление**

#### **Тема 3.1. Предел и непрерывность функции**

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение числовой последовательности.
2. Перечислите способы задания числовой последовательности.
3. Дать определение предела.
4. Сформулируйте основные теоремы о пределах.
5. Запишите 1 замечательный предел и его следствия.
6. Запишите 2 замечательный предел и его следствия.
7. Какая функция называется непрерывной.
8. Дать понятие «точка разрыва».
9. Классификация точек разрыва.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №4.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

## Проверочная работа №4

**Инструкция:** решить задания.

### Вариант 1

1. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} (5x^2 - 7x + 2)$ .
2. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 1}{10x^3 + 5}$ .
3. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}$ .
4. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}$ .
5. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{3x}$ .

### Вариант 2

1. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 + 3x - 5)$ .
2. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2}{21x^4 + 6}$ .
3. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}$ .
4. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}$ .
5. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{4x}$ .

### Вариант 3

1. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 8x - 3)$ .
2. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 7}{10x^5 + 4}$ .
3. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 4}$ .
4. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}$ .

5. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{5x}$ .

**Ответы к проверочной работе**

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	14	-6	-8
2	0,5	$\frac{1}{3}$	0,2
3	1,125	$1\frac{5}{9}$	-1,25
4	$1\frac{5}{12}$	$\frac{7}{13}$	2,25
5	$e^{21}$	$e^{48}$	$e^{75}$

**Критерии оценки:**

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5 заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения:** 30 мин.

### **Тема 3.2. Производная и дифференциал функции**

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение производной функции.
2. В чем состоит геометрический смысл производной?
3. В чем состоит механический смысл производной?
4. Перечислить производные основных элементарных функций.
5. Перечислить правила дифференцирования.
6. Как вычислить производную обратной функции.
7. Как вычислить производную сложной функции.
8. Как вычислить производные высших порядков.
9. Дать определение дифференциала функции.
10. В чем состоит геометрический смысл дифференциала функции.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №5

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

## Проверочная работа №5

**Инструкция:** решить задания.

### Вариант 1

1. Найти значение производной функции в указанной точке  $x_0$  :

$$y = 6x^2 + x - 1, \quad x_0 = -1.$$

2. Найти производную функции:  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .

3. Найти производную третьего порядка функции:  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .

4. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t = 5$  с. (Перемещение измеряется в метрах).

### Вариант 2

1. Найти значение производной функции в указанной точке  $x_0$  :

$$y = 2x^2 - 9x + 4, \quad x_0 = -1.$$

2. Найти производную функции:  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .

3. Найти производную третьего порядка функции:  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .

4. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 + 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t = 2$  с. (Перемещение измеряется в метрах).

### Вариант 3

1. Найти значение производной функции в указанной точке  $x_0$  :

$$y = -x^2 + 7x - 10, \quad x_0 = -1.$$

2. Найти производную функции:  $y = tg^5(3x^4 - 13)$ .

3. Найти производную третьего порядка функции:  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .

4. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t = 4$  с. (Перемещение измеряется в метрах).

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	-11	-13	9
2	$y' = 72x^2 \sin^5(4x^3 - 2) \cdot \cos(4x^2 - 2)$	$y' = -48x \cos^3(6x^2 + 9) \cdot \sin(6x^2 + 9)$	$y' = \frac{60x^3 \operatorname{tg}^4(3x^4 - 13)}{\cos^2(3x^4 - 13)}$
3	$y''' = 72x + 125 \sin 5x$	$y''' = 120x^2 + 27 \cos 3x$	$y''' = 120x - 64 \sin 4x$
4	$y = 4x - 14$	$y = 4x - 7$	$y = 4x - 15$
5	$v(5) = 35$ м/с; $a(5) = 22$ м/с <sup>2</sup>	$v(2) = 14$ м/с; $a(2) = 12$ м/с <sup>2</sup>	$v(4) = 104$ м/с; $a(4) = 50$ м/с <sup>2</sup>

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5 заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения:** 40 мин.

### Тема 3.3. Исследование функции и построение графика

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Какая функция называется возрастающей (убывающей) на промежутке.
2. Какая функция называется монотонной на промежутке.
3. Достаточное условие монотонности функции.
4. Дать определение экстремума функции.
5. Какие точки называются критическими.
6. Необходимое условие существования экстремума функции.
7. Достаточное условие существования экстремума функции.
8. Алгоритм исследования функции на экстремум.
9. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
10. Дать определение асимптоты графика функции.
11. Дать определение вертикальной асимптоты.
12. Дать определение наклонной асимптоты.
13. Какая функция называется выпуклой (вогнутой) на некотором интервале.
14. Алгоритм нахождения промежутков вогнутости и выпуклости функции.
15. Дать определение точки перегиба.
16. Необходимое условие существования точки перегиба функции.
17. Первое достаточное условие существования точки перегиба функции.
18. Второе достаточное условие существования точки перегиба функции.
19. Перечислите пункты общей схемы исследования функции.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

– студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;

– испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

– у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №6.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

### Проверочная работа №6

**Инструкция:** решить задания.

#### Вариант 1

Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

#### Вариант 2

Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{4x}{4 + x^2}.$$

#### Вариант 3

Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^2}{x - 1}.$$

### Ответы к проверочной работе

#### Вариант 1

1) Область определения функции:  $D(y): x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

2) Точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью  $Ox$ :

$$y = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1.$$

Пересечение с осью  $Oy$ : нет.

Функция имеет две точки пересечения с осями:  $(-1;0)$  и  $(1;0)$ .

3) Функция неперiodическая.

4) Исследуем функции на четность:

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{-x} = \frac{x^2 - 1}{-x} = -\frac{x^2 - 1}{x} = -f(x) -$$

- функция нечетная, график функции симметричен относительно начала координат.

5) Найдем асимптоты графика функции.

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде  $y = kx + b$ . По определению асимптоты:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (kx + b - f(x))$

Находим коэффициент  $k$ :

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 - 1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

Находим коэффициент  $b$ :

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - k \cdot x$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{x} = 0$$

Получаем уравнение наклонной асимптоты:

$$y = x.$$

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x = 0.$$

Находим пределы в точке  $x = 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{x^2 - 1}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{x^2 - 1}{x} = -\infty$$

$x = 0$  - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

б) Найдем экстремум функции и интервалы возрастания, убывания. Для этого вычислим первую производную:

$$y' = \left( \frac{x^2 - 1}{x} \right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2}.$$

Найдем критические точки, приравняв первую производную к нулю:

$$\frac{x^2 + 1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 - \text{ для данного уравнения}$$

действительных корней нет.

$$\text{ОДЗ: } x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0.$$

Эта точка разбивает область определения на два интервала. Находим знак производной  $y'$  в каждом из интервалов и результаты занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$
$y'$	+	+
$y$	□	□

Функция возрастает при всех  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

7) Найдем точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости. Для этого найдем вторую производную:

$$y'' = \left( \frac{x^2 + 1}{x^2} \right)' = -\frac{2}{x^3}.$$

Найдем критические точки. Для этого приравняем вторую производную к нулю:

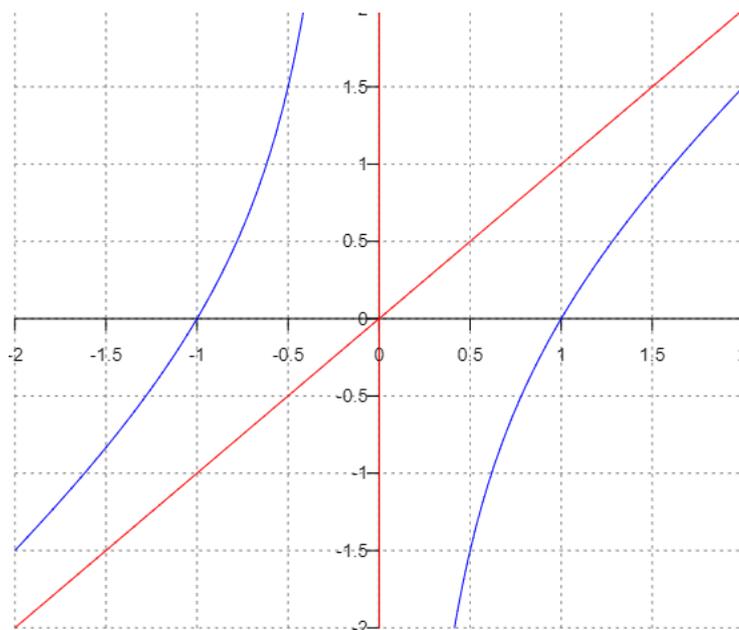
$$-\frac{2}{x^3} = 0 \Rightarrow -2 = 0 - \text{ для данного уравнения корней нет.}$$

$$\text{ОДЗ: } x^3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0.$$

Найденная точка разбивает область определения на два интервала. Находим знак второй производной в каждом из интервалов и результат занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$
$y''$	+	-
$y$	∪	∩
	функция вогнута	функция выпукла

8) Используя полученные данные, строим график функции:



### Вариант 2

1) Область определения функции:  $D(y): \mathbb{R}$ .

2) Точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью  $Ox$ :

$$y = 0 \Rightarrow \frac{4x}{4 + x^2} = 0 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Пересечение с осью  $Oy$ :  $x = 0 \Rightarrow y = \frac{4 \cdot 0}{4 + 0^2} = 0.$

Функция имеет одну точку пересечения с осями:  $(0; 0)$ .

3) Функция неперiodическая.

4) Исследуем функции на четность:

$$f(-x) = \frac{4 \cdot (-x)}{4 + (-x)^2} = \frac{-4x}{4 + x^2} = -\frac{4x}{4 + x^2} = -f(x) -$$

- функция нечетная, график функции симметричен относительно начала координат.

5) Найдем асимптоты графика функции.

Функция не имеет точек разрыва, поэтому вертикальных асимптот нет.

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде  $y = kx + b$ . По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (kx + b - f(x))$$

Находим коэффициент  $k$ :

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \frac{x}{4+x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{4+x^2} = 0$$

Находим коэффициент  $b$ :

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - k \cdot x$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} 4 \cdot \frac{x}{4+x^2} - 0 \cdot x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot x}{4+x^2} = 0$$

Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:  $y = 0$ .

6) Найдем экстремум функции и интервалы возрастания, убывания. Для этого вычислим первую производную:

$$y' = \left( \frac{4x}{4+x^2} \right)' = \frac{4(4-x^2)}{(4+x^2)^2}.$$

Найдем критические точки, приравняв первую производную к нулю:

$$\frac{4(4-x^2)}{(4+x^2)^2} = 0 \Rightarrow 4(4-x^2) = 0 \Rightarrow 16 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$$

Эти точки разбивают область определения на три интервала. Находим знак производной  $y'$  в каждом из интервалов и результаты занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; -2)$	$-2$	$(-2; 2)$	$2$	$(2; +\infty)$
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$\square$	min	$\square$	max	$\square$

На  $x \in (-\infty; 2] \cup [2; +\infty)$  функция убывает, на  $x \in [-2; 2]$  - возрастает.

7) Найдем точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости. Для этого найдем вторую производную:

$$y'' = \left( \frac{4(4-x^2)}{(4+x^2)^2} \right)' = \frac{8x(x^2-12)}{(4+x^2)^3}.$$

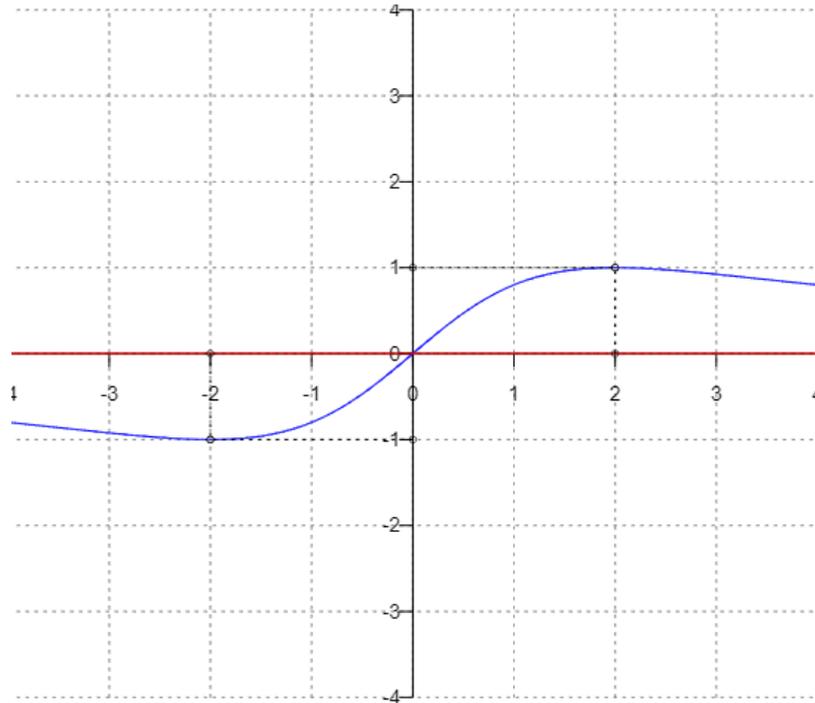
Найдем критические точки. Для этого приравняем вторую производную к нулю:

$$\frac{8x(x^2-12)}{(4+x^2)^3} = 0 \Rightarrow 8x(x^2-12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_{2,3} = \pm 2\sqrt{3}$$

Найденные точки разбивают область определения на четыре интервала. Находим знак второй производной в каждом из интервалов и результат занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; -2\sqrt{3})$	$-2\sqrt{3}$	$(-2\sqrt{3}; 0)$	$0$	$(0; 2\sqrt{3})$	$2\sqrt{3}$	$(2\sqrt{3}; +\infty)$
$y''$	-	0	+	0	-	0	+
$y$	$\cap$	переги б	$\cup$	переги б	$\cap$	переги б	$\cup$

8) Используя полученные данные, строим график функции:



### Вариант 3

1) Область определения функции:  $D(y): x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .

2) Точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью  $Ox$ :

$$y = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{x-1} = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Пересечение с осью  $Oy$ :  $x = 0 \Rightarrow y = \frac{0^2}{0-1} = 0$ .

Функция имеет одну точку пересечения с осями:  $(0; 0)$ .

3) Функция неперiodическая.

4) Исследуем функции на четность:

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{-x-1} = \frac{x^2}{-x-1} \neq -f(x) \neq f(x)$$

- функция общего вида.

5) Найдем асимптоты графика функции.

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде  $y = kx + b$ . По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (kx + b - f(x))$$

Находим коэффициент  $k$ :

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x-1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-1} = 1$$

Находим коэффициент  $b$ :

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - k \cdot x$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-1} = 1$$

Получаем уравнение наклонной асимптоты:

$$y = x + 1$$

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x = 1$$

Находим пределы в точке  $x = 1$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2}{x-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2}{x-1} = \infty$$

$x = 1$  - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

6) Найдем экстремум функции и интервалы возрастания, убывания. Для этого вычислим первую производную:

$$y' = \left( \frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}.$$

Найдем критические точки, приравняв первую производную к нулю:

$$\frac{x(x-2)}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 2.$$

Эти точки разбивают область определения на три интервала. Находим знак производной  $y'$  в каждом из интервалов и результаты занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$y'$	+	0	-		-	0	+
$y$	$\square$	max	$\square$		$\square$	min	$\square$

7) Найдем точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости. Для этого найдем вторую производную:

$$y'' = \left( \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} \right)' = \frac{2}{(x-1)^3}.$$

Найдем критические точки. Для этого приравняем вторую производную к нулю:

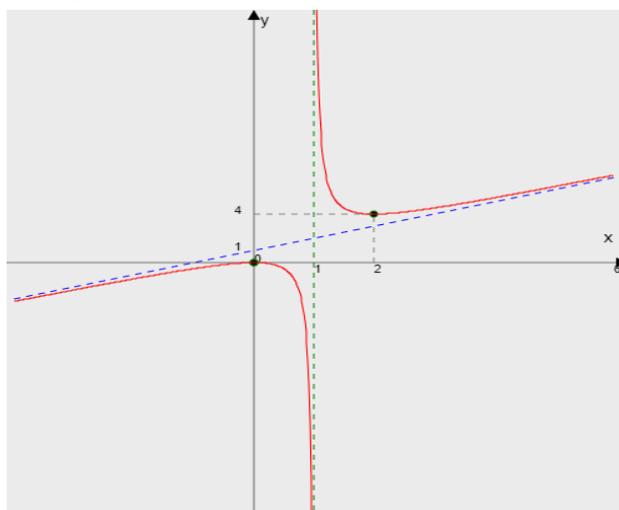
$$\frac{2}{(x-1)^3} = 0 \Rightarrow 2 = 0 - \text{ для данного уравнения корней нет.}$$

$$\text{ОДЗ: } (x-1)^3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1.$$

Найденная точка разбивает область определения на два интервала. Находим знак второй производной в каждом из интервалов и результат занесем в таблицу:

$x$	$(-\infty; 1)$	$(1; +\infty)$
$y''$	-	+
$y$	$\cap$	$\cup$
	функция выпукла	функция вогнута

8) Используя полученные данные, строим график функции:



### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» ставится в следующих случаях:

– работа выполнена полностью;

– в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;

– в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность,

описки, не являющееся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «**хорошо**» ставится в следующих случаях:

– работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;

– допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках или графике.

Оценка «**удовлетворительно**» ставится в следующих случаях:

– допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках или графике, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «**неудовлетворительно**» ставится в следующих случаях:

– допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;

– работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме.

**Время выполнения: 40 мин.**

## Раздел 4. Интегральное исчисление

### Тема 4.1. Неопределенный интеграл

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение первообразной.
2. Дать определение неопределенного интеграла.
3. Перечислить неопределенные интегралы основных элементарных функций.
4. Перечислить основные свойства неопределенного интеграла.
5. В чем состоит суть метода непосредственного интегрирования.
6. В чем состоит суть метода интегрирования заменой переменной.
7. В чем состоит суть метода интегрирования внесения под знак дифференциала.
8. В чем состоит суть метода интегрирования по частям.
9. Интегрирование простейших рациональных дробей.
10. Интегрирование иррациональных выражений.
11. Интегрирование тригонометрических выражений.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №7.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

### Проверочная работа №7

**Инструкция:** решить задания.

#### Вариант 1

1. Найдите множество первообразных функции:

а)  $y = 7x + 4$ ,

б)  $y = 2x^2 + 3x - 8$ .

2. Найти интегралы:

а)  $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$ ,

б)  $\int \frac{4}{5 + x^2} dx$ .

3. Найти интеграл методом подстановки:  $\int \cos 3x dx$ .

4. Найти интеграл, применяя метод интегрирования по частям:

$$\int x \cdot \sin x dx.$$

#### Вариант 2

1. Найдите множество первообразных функции:

а)  $y = x - \cos x$ ,

б)  $y = 2 - 4x + x^5$ .

2. Найти интегралы:

а)  $\int (x^4 - 3x^2 - 10x + 1) dx$ ,

б)  $\int \frac{3}{5 - x^2} dx$ .

3. Найти интеграл методом подстановки:  $\int \sin 13x dx$ .

4. Найти интегралы, применяя метод интегрирования по частям:

$$\int (4x + 3) \cdot e^x dx.$$

#### Вариант 3

1. Найдите множество первообразных функции:

а)  $y = 6^x + 3x$ ,

б)  $y = 2x^2 - \cos x + 1$ .

2. Найти интегралы:

а)  $\int (x^5 + 6x^2 + 4x - 81) dx$ ,

б)  $\int \frac{3}{\sqrt{5-x^2}} dx$ .

3. Найти интеграл методом подстановки:  $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$ .

4. Найти интегралы, применяя метод интегрирования по частям:

$\int 2^x \cdot x dx$ .

### Ответы к проверочной работе

№ за да ни я	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	а) $3,5x^2 + 4x + C$ ; б) $\frac{2}{3}x^3 + 1,5x^2 - 8x + C$	а) $\frac{1}{2}x^2 - \sin x + C$ ; б) $2x - 2x^2 + \frac{1}{6}x^6 + C$	а) $\frac{6^x}{\ln 6} + 1,5x^2 + C$ ; б) $\frac{2}{3}x^3 - \sin x + x + C$
2	а) $\frac{1}{2}x^4 - 1\frac{2}{3}x^3 + 3,5x^2 - 3x + C$ ; б) $\frac{4}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{5}} + C$	а) $\frac{1}{5}x^5 - x^3 - 5x^2 + x + C$ ; б) $\frac{3}{2\sqrt{5}} \ln \left  \frac{\sqrt{5} + x}{\sqrt{5} - x} \right  + C$	а) $\frac{1}{6}x^6 + 2x^3 + 2x^2 - 81x + C$ ; б) $3 \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C$
3	$\frac{1}{3} \sin 3x + C$	$-\frac{1}{13} \cos 13x + C$	$\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x + C$
4	$-x \cos x + \sin x + C$	$(4x + 3) \cdot e^x - 4 \cdot e^x + C$	$\frac{2^x \cdot x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C$

### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 6 примеров в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4-5 примеров в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 примера в отведенное время.

**Время выполнения:** 40 мин.

## Тема 4.2. Определенный интеграл

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение криволинейной трапеции.
2. Дать определение определенного интеграла.
3. Перечислить свойства определенного интеграла.
4. Записать формулу Ньютона-Лейбница.
5. Перечислите основные методы интегрирования для определенного интеграла.
6. В чем состоит геометрический смысл приложения определенного интеграла.
7. В чем состоит физический смысл приложения определенного интеграла.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №8.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

## Проверочная работа №8

**Инструкция:** решить задания.

### Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 (x^2 - 4x) dx$ .

2. Найти определенный интеграл методом замены переменной:  
 $\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$ .

3. Найти определенный интеграл, применяя метод интегрирования по частям:  $\int_1^e x \ln x dx$ .

4. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

### Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x) dx$ .

2. Найти определенный интеграл методом замены переменной:  
 $\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{9-x}} dx$ .

3. Найти определенный интеграл, применяя метод интегрирования по частям:  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ .

4. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .

5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 4 с от начала движения.

### Вариант 3

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x) dx$ .

2. Найти определенный интеграл методом замены переменной:

$$\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}.$$

3. Найти определенный интеграл, применяя метод интегрирования по частям:  $\int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot x dx$ .

4. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 6t^2 + 4$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 5 с от начала движения.

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	$-1\frac{2}{3}$	$12\frac{2}{3}$	13,5
2	$10\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	4
3	1	-2	$\frac{1}{4}(\pi - 2)$
4	$10\frac{2}{3}$ (кв.ед)	$1\frac{1}{3}$ (кв.ед)	$4\frac{2}{3}$ (кв.ед)
5	1110 м	128 м	270 м

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5 заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения:** 40 мин.

## Раздел 5. Дифференциальные уравнения

### Тема 3.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение дифференциального уравнения.
2. Что называется порядком дифференциального уравнения.
3. Что называется решением или общим интегралом дифференциального уравнения.
4. Что называется частным решением дифференциального уравнения.
5. Сформулируйте задачу Коши.
6. Дать определение дифференциального уравнения первого порядка.
7. Дать определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
8. Дать определение однородного дифференциального уравнения первого порядка.
9. Дать определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
10. Дать определение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить тест №1.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

### Тест №1

**Инструкция:** выполнить данные задания.

### Вариант 1

1. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его видом:

1)  $y' + \frac{y}{9x} = 3 \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}$ ;

2)  $\frac{x}{6} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - 4y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 13$ ;

3)  $\frac{dx}{e^{5y}} = \frac{dy}{7 + \cos 3x}$ ;

4)  $y' + \frac{4y}{x^3} = \frac{x}{\sin x}$ .

- а) дифференциальное уравнение в частных производных;
- б) линейное дифференциальное уравнение;
- в) однородное дифференциальное уравнение;
- г) дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными;
- д) дифференциальное уравнение Бернулли.

2. Решением (общим интегралом) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными  $9\sqrt{x}y' = y^2 + 1$  является:

а)  $9 \cdot \ln|y^2 + 1| = 2\sqrt{x} + C$ ;

б)  $9 \cdot \arcsin y = \sqrt{x} + C$ ;

в)  $9 \cdot \operatorname{arctg} y = 2\sqrt{x} + C$

г)  $\arcsin y = \sqrt{x} + C$ .

3. Общим решением однородного дифференциального уравнения  $y' = \frac{-13x + y}{x}$  является:

а)  $y = -13x \cdot \ln|x| + Cx$ ;

б)  $y = -13x \cdot \ln|x| + C$ ;

в)  $y = \frac{-13x \cdot \ln|x| + C}{x}$ ;

г)  $y = \frac{-13x \cdot \ln|x|}{x} + C$ .

4. Линейное дифференциальное уравнение можно решить с помощью подстановки  $y = u \cdot v$ , где функция  $v = v(x)$  подбирается так, чтобы после подстановки получилось уравнение с разделяющимися переменными.

Общим решением уравнения  $y' + \frac{y}{x} = 12x$  является:

а)  $y = 4x^2 + \frac{C}{x}$ ;

б)  $y = 12x^2 + Cx$ ;

в)  $y = x^2 + C$ ;

г)  $y = 24x + \frac{C}{x}$ .

### Вариант 2

1. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его видом:

1)  $\frac{dx}{6y} = \frac{dy}{\operatorname{ctg} x}$ ;

2)  $\frac{x^3 \cdot \partial z}{\partial x} - \frac{y \cdot \partial z}{\partial y} = z$ ;

3)  $5y' = \frac{y^2}{x^2} + e^{\frac{y^2}{x^2}}$ ;

4)  $y' + x^7 y = 3x^5$ .

а) дифференциальное уравнение в частных производных;

б) линейное дифференциальное уравнение;

в) однородное дифференциальное уравнение;

г) дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными;

д) дифференциальное уравнение Бернулли.

2. Решением (общим интегралом) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными  $y^2 dx - 4\sqrt{1-x^2} dy = 0$  является:

а)  $\arcsin x + \frac{4}{y} = C$ ;

б)  $2\sqrt{1-x^2} - \frac{4}{y} = C$ ;

в)  $\arcsin x + 4 \ln|y^2| = C$ ;

г)  $\ln \sqrt{1-x^2} - 4 \ln|y^2| = C$ .

3. Общим решением однородного дифференциального уравнения

$y' = \frac{x \cos^2 \frac{y}{x} + y}{x}$  является:

а)  $\operatorname{ctg} \frac{y}{x} - \ln|x| = C$ ;

б)  $\operatorname{tg} \frac{y}{x} - \ln|x| = C$

в)  $\sin^2 \frac{y}{x} + \ln|x| = C$ ;

г)  $\operatorname{tg} \frac{y}{x} + \frac{x^2}{2} = C$ .

4. Линейное дифференциальное уравнение можно решить с помощью подстановки  $y = u \cdot v$ , где функция  $v = v(x)$  подбирается так, чтобы после подстановки получилось уравнение с разделяющимися переменными. Общим решением уравнения  $y' + y - e^{2x} = 0$  является:

а)  $y = \frac{e^{2x}}{3} + Ce^{-x}$ ;

б)  $y = e^{2x} + Ce^{-x}$ ;

в)  $y = Ce^{-x}$ ;

г)  $y = \frac{e^{2x}}{3} + C$ .

### Вариант 3

1. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его видом:

1)  $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x$ ;

2)  $(y^2 - 4)dx + xdy = 0$ ;

3)  $\frac{2x^2 \cdot \partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = z$ ;

4)  $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$ ;

а) дифференциальное уравнение в частных производных;

б) линейное дифференциальное уравнение;

в) однородное дифференциальное уравнение;

г) дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными;

д) дифференциальное уравнение Бернулли.

2. Решением (общим интегралом) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными  $4x^3 dx + 3y^2 dy = 0$  является:

а)  $x^4 + y^3 = C$ ;

б)  $4x^3 + 3y^2 = C$ ;

в)  $4x^4 + 3y^3 = C$ ;

г)  $x^4 = y^3$ .

3. Общим решением однородного дифференциального уравнения

$y' = \frac{15x+y}{x}$  является:

а)  $y = \frac{15 \cdot \ln|x| + C}{x}$ ;

б)  $y = \frac{15 \cdot \ln|x|}{x} + C$ ;

в)  $y = 15x \cdot \ln|x| + Cx$ ;

г)  $y = 15x \cdot \ln|x| + C$ .

4. Линейное дифференциальное уравнение можно решить с помощью подстановки  $y = u \cdot v$ , где функция  $v = v(x)$  подбирается так, чтобы после подстановки получилось уравнение с разделяющимися переменными. Общим решением уравнения  $y' + 4y - e^{-4x} = 0$  является:

а)  $y = (x + C) \cdot e^{4x}$ ;

б)  $y = (x + C)$ ;

в)  $y = Ce^{-4x}$ ;

г)  $y = (x + C) \cdot e^{-4x}$ .

### Ключ к тесту

№ задания	Правильный вариант ответа		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	1) – в; 2) – а; 3) – г; 4) – б	1) – г; 2) – а; 3) – в; 4) – б	1) – б; 2) – г; 3) – а; 4) – в
2	в	а	а
3	а	б	в
4	а	а	г

### Критерии оценки:

– наличие верного хода решения и верного ответа к предложенным заданиям.

Оценка **«отлично»** – если обучающийся правильно выполнил все задания в отведенное время.

Оценка **«хорошо»** – если обучающийся правильно выполнил 3 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2 задания в отведенное время.

**Время выполнения: 25 мин.**

## **Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика**

### **Тема 6.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей**

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение факториала.
2. Дать определение перестановки. Записать формулу.
3. Дать определение размещения. Записать формулу.
4. Дать определение сочетания. Записать формулу.
5. Дать определение испытания. Привести примеры.
6. Дать определение события. Привести примеры.
7. Дать определение случайного события. Привести примеры.
8. Дать определение достоверного события. Привести примеры.
9. Дать определение невозможного события. Привести примеры.
10. Дать определение несовместных событий. Привести примеры.
11. Дать определение совместных событий. Привести примеры.
12. Записать формулу классического определения вероятности.
13. Записать формулу геометрического определения вероятности.
14. Записать формулу статистического определения вероятности.
15. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей.
16. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей.
17. Записать формулу полной вероятности.
18. Записать формулу Байеса.

**Критерии оценки:**

Оценка **«отлично»** ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка **«хорошо»** ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;

– испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится, когда:

– у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

## Тема 6.2. Элементы математической статистики

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение генеральной совокупности.
2. Дать определение выборочной совокупности.
3. Что значит: «к выборке предъявляется условие репрезентативности».
4. Что называется объемом генеральной совокупности.
5. Что называется объемом выборки.
6. Дать определение варианты.
7. Дать определение относительной частоты.
8. Дать определение вариационного ряда распределения.
9. Виды вариационных рядов распределения.
10. Дать определение полигону.
11. Дать определение гистограмме.
12. Перечислите числовые характеристики вариационных рядов.

**Критерии оценки:**

Оценка «**отлично**» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «**хорошо**» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «**удовлетворительно**» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «**неудовлетворительно**» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить тест №2.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

### Тест №2

**Инструкция:** решить задания.

#### Вариант 1

1. Код замка состоит из 4 цифр: 1, 2, 3, 4. Каждая цифра встречается ровно один раз. Какое максимальное количество замков с такими кодами возможно.

- а) 24;
- б) 4;
- в) 10;
- г) нет правильного варианта ответа.

2. В урне 30 шаров, имеющих номера: 1, 2, ..., 30. Из урны наугад вынимают один шар. Вероятность события  $A$  – «вынутый шар содержит цифру 7» - равна ...

- а)  $\frac{7}{10}$ ;
- б) 30;
- в) 3;
- г)  $\frac{1}{10}$ .

3. В первой урне 6 белых и 2 черных шара, во второй – 5 белых и 4 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Вероятность того, что оба шара будут черными, равна....

- а)  $\frac{1}{4}$ ;
- б)  $\frac{4}{9}$ ;
- в)  $\frac{1}{9}$ ;
- г)  $\frac{25}{36}$ .

4. Найти объем выборки, заданной статистическим распределением:

$x_i$	10	20	30	40	50
$n_i$	2	1	8	5	12

- а) 150;
- б) 178;

в) 1080;

г) 28.

5. Найти выборочное среднее для вариационного ряда:

$x_i$	1	4	8	10
$n_i$	2	2	5	1

а) 15;

б) 6;

в) 2,3;

г) нет правильного варианта ответа.

### Вариант 2

1. Код замка состоит из 5 цифр: 2, 3, 5, 7, 9. Каждая цифра встречается ровно один раз. Какое максимальное количество замков с такими кодами возможно.

а) 5;

б) 26;

в) 120;

г) нет правильного варианта ответа.

2. В урне 30 шаров, имеющих номера: 1, 2, ..., 30. Наугад вынутый шар имеет номер, больший 10, но меньший 23, с вероятностью, равной....

а)  $\frac{13}{30}$ ;

б)  $\frac{2}{5}$ ;

в)  $\frac{11}{30}$ ;

г)  $\frac{3}{5}$ .

3. В первой урне 7 белых и 3 черных шара, во второй – 6 белых и 3 черных шара. Из каждой урны вынули по одному шару. Вероятность того, что оба вынутых шара будут черными, равна ...

а)  $\frac{1}{10}$ ;

б)  $\frac{19}{30}$ ;

в)  $\frac{1}{3}$ ;

г)  $\frac{3}{10}$ .

4. Найти объем выборки, заданной статистическим распределением:

$x_i$	2	4	6	8	10
$n_i$	3	5	10	15	20

- а) 406;  
 б) 83;  
 в) 53;  
 г) 30.

5. Найти выборочное среднее для вариационного ряда:

$x_i$	3	5	7	12
$n_i$	2	1	3	4

- а) 8;  
 б) 6,75;  
 в) 20;  
 г) нет правильного варианта ответа.

### Вариант 3

1. Код замка состоит из 6 цифр: 1, 2, 3, 6, 7, 9. Каждая цифра встречается ровно один раз. Какое максимальное количество замков с такими кодами возможно.

- а) 720;  
 б) 6;  
 в) 28;  
 г) нет правильного варианта ответа.

2. В урне 10 шаров, имеющих номера: 1, 2, ..., 10. Наугад вынутый шар имеет номер, меньший 4, с вероятностью, равной....

- а)  $\frac{1}{3}$ ;  
 б)  $\frac{1}{10}$ ;  
 в) 1;  
 г)  $\frac{3}{10}$ .

3. В первой урне 2 белых и 3 черных шара, во второй – 4 белых и 6 черных шаров. Из каждой урны вынули по одному шару. Вероятность того,

что оба вынутых шара будут белыми, равна ...

а)  $\frac{2}{5}$ ;

б) 1;

в)  $\frac{4}{25}$ ;

г)  $\frac{1}{2}$ .

4. Найти объем выборки, заданной статистическим распределением:

$x_i$	1	3	5	7	9
$n_i$	1	4	7	9	13

а) 25;

б) 228;

в) 34;

г) 59.

5. Найти выборочное среднее для вариационного ряда:

$x_i$	2	4	7	9
$n_i$	2	4	3	1

а) 13,5;

б) 5;

в) 5,5;

г) нет правильного варианта ответа.

### Ключ к тесту

№ задания	Правильный вариант ответа		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	а)	в)	а)
2	г)	б)	г)
3	в)	а)	в)
4	г)	в)	в)
5	б)	а)	б)

### Критерии оценки:

– наличие верного хода решения и верного ответа к предложенным заданиям.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5

заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения: 25 мин.**

## Раздел 7. Численные методы

### Тема 7.1. Погрешность результата численного решения задач

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Дать определение приближенного числа.
2. Дать определение абсолютной погрешности.
3. Дать определение относительной погрешности.
4. Записать десятичную запись приближенного числа.
5. Дать определение значащей цифры числа.
6. Дать определение верной значащей цифры числа.
7. Перечислите правила округления чисел.
8. Какие действия можно выполнять над приближенными числами.

**Критерии оценки:**

Оценка «**отлично**» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «**хорошо**» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «**удовлетворительно**» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «**неудовлетворительно**» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

## Тема 7.2. Интерполирование

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Записать конечные разности первого порядка.
2. Записать конечные разности второго порядка.
3. В чем состоит задача интерполирования функции.
4. Записать интерполяционный многочлен Лагранжа.
5. Записать интерполяционные многочлены Ньютона.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №9.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

## Проверочная работа №9

**Инструкция:** решить задания.

### Вариант 1

1. При вычислении выражения  $z = 5x - 2y$  данные в условии задачи значения  $x = 100,3$  и  $y = 15,2$  округлили до целых значений и получили  $z = 5 \cdot 100 - 2 \cdot 15 = 470$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата.

2. Для вычисления площади стены измерили ее длину и ширину. Получили 897 см и 453 см. Округлив полученные результаты до 900 см и 450 см соответственно, вычислили площадь стены  $S = 900 \cdot 450 = 405000$  (кв. см.) Найти относительную погрешность полученного результата.

3. Для некоторой функции  $y = f(x)$  известна таблица ее значений. Найти конечную разность  $\Delta^2 y_0$ .

$i$	$x_i$	$y_i$
0	7,3	10,7
1	7,4	10,1
2	7,5	9,2

4. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	6	-8	-20

5. Составить интерполяционный многочлен Ньютона второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	-1	2	5
$y$	6	12	0

### Вариант 2

1. При вычислении выражения  $z = 8x - 3y$  данные в условии задачи значения  $x = 30,4$  и  $y = 40,1$  округлили до целых значений и получили  $z = 8 \cdot 30 - 3 \cdot 40 = 120$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата.

2. Известно, что ребра прямоугольного параллелепипеда равны 194 см, 105 см и 51 см. Для упрощения вычислений эти числа округлили до 200 см, 100 см и 50 см соответственно. Нашли объем  $V = 200 \cdot 100 \cdot 50 = 1000000$  (куб. см). Найти относительную погрешность полученного результата.

3. Для некоторой функции  $y = f(x)$  известна таблица ее значений. Найти конечную разность  $\Delta^2 y_0$ .

$i$	$x_i$	$y_i$
0	1,7	0,9
1	1,8	1,2
2	1,9	1,7

4. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	1	11	-3

5. Составить интерполяционный многочлен Ньютона второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	2	6	14

### Вариант 3

1. При вычислении выражения  $z = 2x + 4y$  данные в условии задачи значения  $x = 9,4$  и  $y = 5,2$  округлили до целых значений и получили  $z = 2 \cdot 9 + 4 \cdot 5 = 38$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата.

2. Для вычисления площади стены измерили ее длину и ширину. Получили 603 см и 245 см. Округлив полученные результаты до 600 см и 250 см соответственно, вычислили площадь стены  $S = 600 \cdot 250 = 150000$  (кв. см.) Найти относительную погрешность полученного результата.

3. Для некоторой функции  $y = f(x)$  известна таблица ее значений. Найти конечную разность  $\Delta^2 y_0$ .

$i$	$x_i$	$y_i$
0	0,5	2,5

1	0,6	2,7
2	0,7	3,0

4. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	1	6	-2

5. Составить интерполяционный многочлен Ньютона второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	1	5	7

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	1,9	3,5	2,4
2	0,01	0,1	0,025
3	$\Delta^2 y_0 = -0,3$	$\Delta^2 y_0 = 0,2$	$\Delta^2 y_0 = 0,1$
4	$L(x) = x^2 - 15x + 6$	$L(x) = -12x^2 + 22x + 1$	$L(x) = -6,5x^2 + 11,5x + 1$
5	$P(x) = -x^2 + 3x + 10$	$P(x) = 2x^2 + 2x + 2$	$P(x) = -x^2 + 5x + 1$

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно выполнил 5 заданий в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно выполнил 4 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно выполнил 2-3 задания в отведенное время.

**Время выполнения:** 40 мин.

### **Тема 7.3. Численное дифференцирование и интегрирование. Численное решение дифференциальных уравнений**

**Задание:** ответить устно на вопросы.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

1. Как найти производные от функции, заданной таблично.
2. В чем состоит суть метода трапеции.
3. В чем состоит суть метода Эйлера.

**Критерии оценки:**

Оценка «отлично» ставится, когда:

- студент усваивает весь объем программного материала;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не

затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы.

Оценка «хорошо» ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет

определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, когда:

- студент освоил основной материал, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных вопросов преподавателя;
- испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, когда:

- у студента имеются только отрывочные представления об изучаемом материале, большая часть дисциплины не усвоена.

**Задание:** выполнить проверочную работу №10.

**Проверяемые результаты обучения:** ОК 01, ОК 02, ОК 03.

**Текст задания:**

#### **Проверочная работа №10**

**Инструкция:** решить задания.

#### **Вариант 1**

1. Некоторая функция  $y = f(x)$  задана в виде таблицы.

$x_i$	0	1	2
$y_i$	8,1	10,6	13,5

Если требуется найти значение производной данной функции в некоторой точке, то можно заменить данную функцию, аналитическая запись которой неизвестна, некоторой другой функцией  $y = \varphi(x)$ , для которой  $\varphi(x) \approx f(x)$ , и найти производную функции  $y = \varphi(x)$ .

Если шаг таблицы  $h$  (разность между соседними значениями  $x$ ) постоянен, то можно воспользоваться формулой

$$\varphi(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1} t + \frac{\Delta^2 y_0}{1 \cdot 2} t(t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{1 \cdot 2 \cdot 3} t(t-1)(t-2) + \dots,$$

где  $t = \frac{x - x_0}{h}$  и  $\Delta^i y_0 = \Delta^{i-1} y_1 - \Delta^{i-1} y_0$ . Вычисления производите с двумя знаками после запятой. Для заданной в виде таблицы функции  $y = f(x)$  найти значение  $f'(0,4)$ .

2. Для приближенного вычисления определенного интеграла от функции  $y = e^{-(x+1)}$  на интервале  $[0;1]$  можно воспользоваться формулой

$$\text{трапеций } \int_a^b y dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right).$$

Интервал  $[0;1]$  разбили на 4 равные части и вычислили соответствующие приближенные значения функции  $y = e^{-(x+1)}$ . Получили таблицу значений:

$x$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$y$	0,37	0,29	0,22	0,17	0,14

Тогда  $\int_0^1 e^{-(x+1)} dx$  равен.

3. Для приближенного решения дифференциального уравнения  $y' = f(x; y)$  с начальным условием  $y(x_0) = y_0$  можно воспользоваться методом Эйлера:  $y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k; y_k)$ . Тогда для уравнения  $y' = 4x + y$  при начальном условии  $y(0) = 1$  с шагом  $h = 0,5$ , значение  $y(0,2)$  с точностью до сотых будет равно.

## Вариант 2

1. Некоторая функция  $y = f(x)$  задана в виде таблицы.

$x_i$	0	1	2
$y_i$	10,1	10,6	11,3

Если требуется найти значение производной данной функции в некоторой точке, то можно заменить данную функцию, аналитическая запись которой неизвестна, некоторой другой функцией  $y = \varphi(x)$ , для которой  $\varphi(x) \approx f(x)$ , и найти производную функции  $y = \varphi(x)$ .

Если шаг таблицы  $h$  (разность между соседними значениями  $x$ ) постоянен, то можно воспользоваться формулой

$$\varphi(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1}t + \frac{\Delta^2 y_0}{1 \cdot 2}t(t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{1 \cdot 2 \cdot 3}t(t-1)(t-2) + \dots,$$

где  $t = \frac{x - x_0}{h}$  и  $\Delta^i y_0 = \Delta^{i-1} y_1 - \Delta^{i-1} y_0$ . Вычисления производите с двумя знаками после запятой. Для заданной в виде таблицы функции  $y = f(x)$  найти значение  $f'(0,6)$ .

2. Для приближенного вычисления определенного интеграла от функции  $y = \frac{x^2}{\cos x}$  на интервале  $[0;1]$  можно воспользоваться формулой

$$\text{трапеций } \int_a^b y dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right).$$

Интервал  $[0;1]$  разбили на 4 равные части и вычислили соответствующие приближенные значения функции  $y = \frac{x^2}{\cos x}$ . Получили таблицу значений:

$x$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$y$	0,00	0,06	0,28	0,77	1,85

Тогда  $\int_0^1 \frac{x^2}{\cos x} dx$  равен.

3. Для приближенного решения дифференциального уравнения  $y' = f(x; y)$  с начальным условием  $y(x_0) = y_0$  можно воспользоваться методом Эйлера:  $y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k; y_k)$ . Тогда для уравнения  $y' = 5x + y$  при начальном условии  $y(0) = 2$  с шагом  $h = 0,1$ , значение  $y(0,2)$  с точностью до сотых будет равно.

### Вариант 3

1. Некоторая функция  $y = f(x)$  задана в виде таблицы.

$x_i$	0	1	2
$y_i$	4,1	6,2	8,2

Если требуется найти значение производной данной функции в некоторой точке, то можно заменить данную функцию, аналитическая запись которой неизвестна, некоторой другой функцией  $y = \varphi(x)$ , для которой  $\varphi(x) \approx f(x)$ , и найти производную функции  $y = \varphi(x)$ .

Если шаг таблицы  $h$  (разность между соседними значениями  $x$ ) постоянен, то можно воспользоваться формулой

$$\varphi(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1}t + \frac{\Delta^2 y_0}{1 \cdot 2}t(t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{1 \cdot 2 \cdot 3}t(t-1)(t-2) + \dots,$$

где  $t = \frac{x - x_0}{h}$  и  $\Delta^i y_0 = \Delta^{i-1} y_1 - \Delta^{i-1} y_0$ . Вычисления производите с двумя знаками после запятой. Для заданной в виде таблицы функции  $y = f(x)$  найти значение  $f'(0,2)$ .

2. Для приближенного вычисления определенного интеграла от функции  $y = \frac{\sin x}{1+x}$  на интервале  $[0;1]$  можно воспользоваться формулой

трапеций  $\int_a^b y dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right)$ . Интервал  $[0;1]$  разбили

на 4 равные части и вычислили соответствующие приближенные значения функции  $y = \frac{\sin x}{1+x}$ . Получили таблицу значений:

$x$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$y$	0,00	0,20	0,32	0,39	0,42

Тогда  $\int_0^1 \frac{\sin x}{1+x} dx$  равен.

3. Для приближенного решения дифференциального уравнения  $y' = f(x; y)$  с начальным условием  $y(x_0) = y_0$  можно воспользоваться методом Эйлера:  $y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k; y_k)$ . Тогда для уравнения  $y' = 4x^2 + 5y$  при начальном условии  $y(0) = 1$  с шагом  $h = 0,1$ , значение  $y(0,2)$  с точностью до сотых будет равно.

### Ответы к проверочной работе

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	2,46	0,52	2,13
2	0,23	0,51	0,28
3	3,25	2,47	2,25

#### Критерии оценки:

– соответствие ответов правильным вариантам.

Оценка «отлично» – если обучающийся правильно решил все задания в отведенное время.

Оценка «хорошо» – если обучающийся правильно решил 2 задания в отведенное время.

Оценка «удовлетворительно» – если обучающийся правильно решил 1 задание в отведенное время.

**Время выполнения:** 30 мин.

## Вопросы к экзамену по дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики

1. Матрица и ее виды.
2. Операции над матрицами.
3. Определители, правила их вычисления, свойства.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных алгебраических уравнений. Понятия и определения.
6. Решение системы линейных алгебраических уравнений правилом Крамера.
7. Решение системы линейных алгебраических уравнений метода Гаусса.
8. Основные понятия о векторах.
9. Линейные операции над векторами, их свойства.
10. Скалярное произведение векторов.
11. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках.
12. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Уравнение с данным направляющим вектором и точкой, принадлежащей прямой.
13. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, угол между ними. Точка пересечения двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
14. Общее уравнение кривой 2-го порядка. Окружность и эллипс.
15. Гипербола. Парабола.
16. Понятие числовой последовательности, способы ее задания.
17. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
18. Раскрытие неопределённости вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
19. Замечательные пределы.
20. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификации.
21. Производная функции, ее геометрический и механический смысл.
22. Правила дифференцирования.
23. Производные обратной и сложной функции.
24. Производные высших порядков.
25. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
26. Исследование функции с помощью производной.
27. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
28. Основные свойства неопределённого интегрирования.

29. Основные методы интегрирования.
30. Интегрирование простейших рациональных дробей.
31. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений.
32. Задача нахождения площади криволинейной трапеции.
33. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
35. Дифференциальные уравнения: основные понятия и определения.
36. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
37. Однородные дифференциальные уравнения.
38. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
39. Дифференциальные уравнения высших порядков.
40. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
41. Основные понятия теории вероятностей.
42. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности.
43. Теорема сложения и умножения вероятностей.
44. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
45. Генеральная и выборочная совокупности.
46. Вариационный ряд и его графическое изображение.
47. Числовые характеристики вариационных рядов.
48. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешность.
49. Десятичная запись приближенных чисел. Значащая цифра числа. Верная значащая цифра.
50. Действия над приближенными числами.
51. Конечные разности. Интерполирование.
52. Интерполяционная формула Лагранжа.
53. Интерполяционные формулы Ньютона.
54. Приближенные методы вычисления производной от функции, заданной таблично.
55. Приближенные методы интегрирования.
56. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

### Экзаменационные задания

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Вычислить матрицу

$$D = A \cdot B + 2E.$$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить матрицу

$$D = CA - 2E.$$

3. Даны матрицы  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить матрицу

$$D = 2E - BC.$$

4. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \end{vmatrix}$ .

5. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ .

6. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 2 & -6 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ .

7. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и сделать проверку:  $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ .

8. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и сделать проверку:  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

9. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и сделать проверку:  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ .

10. Решить систему линейных алгебраических уравнений метода Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

11. Решить систему линейных алгебраических уравнений правилом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

12. Даны векторы  $\vec{a} = (-1; 4; -2)$  и  $\vec{b} = (1; 0; 5)$ . Найти  $(3\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot 2$
13. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (-2; 10; 10)$  и  $\vec{b} = (8; 3; 2)$ .
14. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $M_1(-1; 2)$  и  $M_2(6; -5)$ .
15. Дано общее уравнение прямой:  $3x + 11y - 8 = 0$ . Требуется написать различные типы уравнений этой прямой (уравнение в отрезках, уравнение с угловым коэффициентом, нормальное уравнение).
16. Написать каноническое уравнение окружности, имеющей диаметр  $AB$ :  $A(2; 3)$ ,  $B(6; 1)$ .
17. Найти координаты центра и радиус окружности:  $x^2 + y^2 - 8x + 18y + 48 = 0$
18. Составить каноническое уравнение эллипса, если его полуоси соответственно равны 9 и 12.
19. Составить каноническое уравнение гиперболы, если действительная полуось 4 и мнимая полуось - 2.
20. Составить каноническое уравнение параболы с фокусом в точке  $F$ :  $F(0; -3)$
21. Вычислите первые пять членов числовой последовательности общий член которой выражается формулой  $\{a_n\}$ :  $a_n = n^3 - 15$ .
22. Вычислите первые пять членов числовой последовательности общий член которой выражается формулой  $\{a_n\}$ :  $a_n = \frac{2^n}{n!}$ .
23. Вычислить пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0} (x^3 - 4x + 6)$  при  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
24. Вычислить пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-2)\sqrt{6-x}}{x^2-4}$  при  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_0 = 2$ .
25. Вычислить пределы  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 3}{12x^5 - 4}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 4x^2 + 5}{3x^3 - 2x - 1}$ .
26. Вычислить пределы  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+3} \right)^x$ .
27. Вычислить пределы  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 5x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{12}{x} \right)^x$ .
28. Найдите производные функций:  $y = 4x + x^2 - 3$ ,  $y = \frac{x^2 - 3}{1 + x}$ .

29. Найдите производные функций:  $y = \frac{8}{x^2} - \sqrt{x}$ ,  $y = x^2(2 - x)$ .

30. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = 0,2x^5 - 0,25x^4 - x^2 - 4x$ .

31. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x.$$

32. Найти производную сложной функции:  $y = \sin 2x \cdot (x + 6)^3$ .

33. Найти производную сложной функции:  $y = \frac{\ln 5x}{(x+1)^6}$ .

34. Найдите третью производную:  $y = 2x^5 - \sin x + 5$ .

35. Найдите третью производную:  $y = 3x^6 + \cos x - 4$ .

36. Найдите промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума функции  $f(x) = 3x^2 - 2x^3$ .

37. Найдите промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума функции  $f(x) = 5 + 2x^2 - x^4$ .

38. Найти первообразную для функций:  $f(x) = \frac{4}{\cos^2 x} - 9x$ ,

$$f(x) = 6x^{11} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 7x - 3.$$

39. Найти первообразную для функций:  $f(x) = x^4 - 3x + 1$ ,

$$f(x) = \frac{1}{\sin^2 2x} - \frac{1}{x^5}.$$

40. Вычислить интегралы:  $\int (x^3 + 4x + e^x - 4 \sin x) dx$ ,  $\int (5x + 9)^5 dx$ .

41. Вычислить интегралы:  $\int (1 - 3x^2 + 4 \cos x - \sqrt{x}) dx$ ,  $\int e^{2x-2} dx$ .

42. Вычислить интегралы:  $\int \left(16x + \frac{1}{x} - e^x + 2x^3\right) dx$ ,  $\int (3x + 7) \cos x dx$ .

43. Вычислить интегралы:  $\int (\cos x + 5x^4 - 1 + e^x) dx$ ,  $\int \sin x (4x - 2) dx$ .

44. Вычислить интегралы:  $\int (x^2 - 4x + 18 - \sin x) dx$ ,  $\int \frac{4}{x-7} dx$ .

45. Вычислить интегралы:  $\int (\sqrt{x} - x^2 + 4 + e^x) dx$ ,  $\int \frac{5}{x+8} dx$ .

46. Вычислить интегралы:  $\int_1^5 \sqrt{x-1} dx$ ,  $\int_0^1 x \cdot 2^x dx$ .

47. Вычислить интегралы:  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$ ,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$ .

48. Вычислить интегралы:  $\int_0^1 (2-x^2)^5 dx$ ,  $\int_0^\pi x \cdot \cos x dx$ .
49. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$ .
50. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 2$ ,  $y = x$ .
51. Скорость движения тела задана уравнением  $v = 5t + 4$ . Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения.
52. Скорость движения тела задана уравнением  $v = 3t + 6$ . Найти путь, пройденный телом за 10 секунды от начала движения.
53. Решить уравнение:  $(y+1)dx - (1-x)dy = 0$ .
54. Решить уравнение:  $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0$ .
55. Решить уравнение:  $2xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx$ .
56. Решить уравнение:  $x \cdot y \cdot y' = x^2 - y^2$ .
57. Решить уравнение:  $x \cdot y \cdot y' = 2x^2 + y^2$ .
58. Решить уравнение:  $y^2 + x^2 y' = x \cdot y \cdot y'$ .
59. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за одним столом?
60. Имеется 10 книг и одна полка, такая, что на ней вмещается лишь 5 книг. Сколькими способами можно расставить на полке 5 книг?
61. В ящике 10 яблок. Сколькими способами можно выбрать 4 яблока из ящика?
62. В урне 15 одинаковых по размерам и весу шаров, из которых 7 красных и 8 голубых. Из урны извлекается один шар. Какова вероятность того, что извлеченный шар окажется голубым?
63. Охотник стреляет в мишень, разделенную на четыре области. Вероятность попадания в первую область равна 0,27; во вторую – 0,21; в третью – 0,1. Найти вероятность того, что охотник попадет в первую или во вторую, или в третью мишень.
64. Вероятность попадания в цель стрелком равна 0,6. Какова вероятность того, что стрелок не попадет в цель?
65. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,4. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,2. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
66. У токаря есть 12 конических и 19 цилиндрических деталей. Он наугад взял одну деталь, а затем другую. Найти вероятность того, что первая деталь коническая, а вторая цилиндрическая.

67. Дан статистический ряд распределения. Найти числовые характеристики ряда.

$x_i$	14	18	19	24	26	30
$n_i$	7	11	4	2	21	10

68. Дан статистический ряд распределения. Найти числовые характеристики ряда.

$x_i$	10	21	14	23	25	50
$n_i$	7	11	40	2	25	2

69. При вычислении выражения  $z = 3x + 2y$  данные в условии задачи значения  $x = 12,3$  и  $y = 4,1$  округлили до целых значений и получили  $z = 3 \cdot 12 + 2 \cdot 3 = 42$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата.

70. При вычислении выражения  $z = 3x - 2y$  данные в условии задачи значения  $x = 12,3$  и  $y = 4,1$  округлили до целых значений и получили  $z = 3 \cdot 12 - 2 \cdot 3 = 30$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата.

71. Для вычисления площади стены измерили ее длину и ширину. Получили 797 см и 353 см. Округлив полученные результаты до 800 см и 350 см соответственно, вычислили площадь стены  $S = 800 \cdot 350 = 280000$  (кв. см.) Найти относительную погрешность полученного результата.

72. Для вычисления площади стены измерили ее длину и ширину. Получили 697 см и 253 см. Округлив полученные результаты до 700 см и 250 см соответственно, вычислили площадь стены  $S = 700 \cdot 250 = 175000$  (кв. см.) Найти относительную погрешность полученного результата.

73. Для некоторой функции  $y = f(x)$  известна таблица ее значений. Найти конечную разность  $\Delta^2 y_0$ .

$i$	$x_i$	$y_i$
0	6,3	12,7
1	6,4	12,1
2	6,5	11,2

74. Для некоторой функции  $y = f(x)$  известна таблица ее значений. Найти конечную разность  $\Delta^2 y_0$ .

$i$	$x_i$	$y_i$
0	5,3	11,5

1	5,4	13,1
2	5,5	8,4

75. Составить интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	0	1	2
$y$	5	-7	-19

76. Составить интерполяционный многочлен Ньютона второй степени, составленный по таблице значений функции  $y = y(x)$ :

$x$	-1	2	5
$y$	5	11	-1

77. Для заданной в виде таблицы функции  $y = f(x)$  найти значение  $f'(0,1)$ .

$x_i$	0	1	2
$y_i$	7,2	7,9	8,9

78. Интервал  $[0;1]$  разбили на 4 равные части и вычислили соответствующие приближенные значения функции  $y = \frac{x}{\cos x}$ . Получили

таблицу значений, тогда  $\int_0^1 \frac{x}{\cos x} dx$  равен.

$x$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$y$	0,00	0,26	0,57	1,03	1,85

79. Для уравнения  $y' = 4x \cdot y^2$  при начальном условии  $y(0) = -1$  с шагом  $h = 0,1$ , значение  $y(0,2)$  с точностью до десятых будет равно.

## Критерии оценивания на экзамене

<b>Традиционная оценка</b>	<b>Критерий выставления</b>
Отлично	теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко
Хорошо	теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками
Удовлетворительно	теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки
Неудовлетворительно	теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки